

**საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის
ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის
სამეცნიერო განყოფილებები**

ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილება

განყოფილების ძირითადი თემატიკა, რომელიც აერთიანებს ტრადიციულ და თანამედროვე ამოცანებს, მოკლედ შეიძლება ასე ჩამოყალიბდეს - სტოქასტური ანალიზი ალგებრულ სტრუქტურებში და მისი გამოყენებები. ის სამ ძირითად მიმართულებას მოიცავს:

1. ალბათური ზომები და შემთხვევითი მიმდევრობები ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში და ტოპოლოგიურ ჯგუფებში;
2. ვექტორთა კომპაქტური შეჯამება და მისი გამოყენებები;
3. სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები უსასრულო განზომილებიან სივრცეებში.

მიმართულება 1 ავითარებს განყოფილების ტრადიციულ თემატიკას - გაუსისა და სუბგაუსის ზომების აღწერა კოვარიაციულ ოპერატორთა და მახასიათებელ ფუნქციონალთა საშუალებით.

შეისწავლება:

- ✓ გაუსისა და სუბგაუსის ზომათა დახასიათების ამოცანები როგორც კლასიკური, ისე არაკლასიკური სკალარების (კვატერნიონების) შემთხვევაში;
- ✓ ბანახის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე გაუსისა და სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტების მწკრივთა როგორც ჩვეულებრივი, ისე უპირობო და აბსოლუტური კრებადობა სივრცის გეომეტრიასთან კავშირში და სხვა.

მიმართულება 2 დაკავშირებულია მწკრივების გადანაცვლებებთან, რომელსაც საფუძველი ჩაუყარა რიმანის ცნობილმა თეორემამ. განყოფილება ინტენსიურად მუშაობს კოლმოგოროვის ცნობილი ჰიპოთეზის გადაწყვეტაზე და ვექტორთა კომპაქტური შეჯამების თეორიისათვის ფუნდამენტური ჩობანიანის ტრანსფერეციის თეორემის გამოყენებებზე განსხვავებათა თეორიის (Discrepancy Theory), მანქანური სწავლების (Machine Learning), კომბინატორული ოპტიმიზაციის თეორიების საკითხებში და სხვა.

მიმართულება 3 შეისწავლის სტოქასტური ინტეგრალის არსებობისა და სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნადობის საკითხებს მნიშვნელობათა არის გეომეტრიაზე დამატებითი შეზღუდვების გარეშე, აგრეთვე გაუსის სუსტად დამოუკიდებელ შემთხვევით ელემენტთა მწკრივების კრებადობისა და ტურბულენტობის თეორიის დაფუძნებისადმი ახლებური მიდგომის საკითხებს.

დღემდე განყოფილების თემატიკით დაცულია 10 საკანდიდატო, 6 სადოქტორო დისერტაცია. გამოქვეყნებულია 5 მონოგრაფია (მათ შორისაა განყოფილების წევრების ნ. ვახანიას, ვ. ტარიელაძისა და ს. ჩოხანიანის ავტორობით მოსკოვში 1985 წელს (და ინგლისურ ენაზე ჰოლანდიაში 1987 წელს) გამოცემული მონოგრაფია „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“. სამომავლოდ განზრახულია ამ მონოგრაფიის გადამუშავებული გამოცემის მომზადება) და 200-ზე მეტი სამეცნიერო სტატია. განყოფილების წევრებს აქვთ მჭიდრო სამეცნიერო კონტაქტები და ერთობლივი სამეცნიერო მუშაობისა თუ მოხსენებების გასაკეთებლად მათ ხშირად იწვევენ პოლონეთში, უკრაინაში, რუსეთის ფედერაციაში, აშშ-ში, მექსიკაში, ესპანეთში, ისრაელში, თურქეთში, უნგრეთში და ა. შ.

გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება

განყოფილების თემატიკა დაკავშირებულია შემდეგი სამეცნიერო პრობლემატიკის შესწავლასთან:

მიმართულება 1. კომის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის სქემები და მათი გამოყენება როგორც ფუნქციათა თეორიის სასაზღვრო ამოცანების, ასევე დრეკადობის თეორიის, ბირთვული ფიზიკის და სხვა მიმართულებებთან დაკავშირებული ამოცანების რიცხვით რეალიზაციაში.

მიმართულება 2. დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული სამგანზომილებიანი ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნის საკითხის შესწავლა ერთი ან რამდენიმე ზედაპირით შემოსაზღვრული სასრული და უსასრულო არეების შემთხვევაში.

ასეთი სახის ამოცანებზე დაიყვანება პრაქტიკაში არაერთი მნიშვნელოვანი პროცესი (მაგალითად, სითბურ და ელექტრულ ველებში მიმდინარე სტაციონარული პროცესები). გათვალისწინებულია შემდეგი საკითხების გადაწყვეტა:

- ✓ განხილული სახის ამოცანათა შესწავლა კორექტულობის თვალსაზრისით;
- ✓ მიახლოებითი ამოხსნისათვის მაღალი სიზუსტის ეფექტურად რეალიზებადი გამოთვლითი ალგორითმების (სქემების) აგება, რომელთა გამოყენება შესაძლებელი იქნება არეთა ფართო კლასისათვის;
- ✓ სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი რეალიზაციით მიღებული შედეგების ანალიზი.

მიმართულება 3. ბრუნვითი გარსების გათვლებთან დაკავშირებული ამოცანების შესწავლა და ამოხსნა.

მშენებლობის სხვადასხვა სფეროში კომპოზიტური მასალების გამოყენებამ აქტუალურობა შესძინა ფენოვანი გარსების დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობის შესწავლას. ხშირ შემთხვევაში, სამშენებლო კონსტრუქციებს ან მათ ელემენტებს აქვთ სწორედ ბრუნვითი გარსის ფორმა. განყოფილების კვლევის საგანს წარმოადგენს ფენოვანი გარსების დეფორმირებული-დაძაბული მდგომარეობის შესწავლა, მათზე მოქმედი სხვადასხვა ხასიათის დატვირთვების პირობებში. კვლევებში, შესაბამისი ამოცანების რიცხვითი

რეალიზაციისას, გამოიყენება როგორც კლასიკური, ასევე დაზუსტებული თეორიები, რაც მიღებული რიცხვითი შედეგების ფართო ანალიზის ჩატარების საშუალებას იძლევა.

მიმართულება 4. რიცხვითი ამოხსნის მეთოდების დამუშავება საინჟინრო მექანიკის ამოცანებისთვის, რომლებიც დაკავშირებულია სხვადასხვა კონსტრუქციებისა და მოწყობილობების რღვევის გამომწვევი დეფორმაციების განსაზღვრასთან.

ნავარაუდევია დრეკად სიბრტყეებზე რღვევის გავრცელების ამოცანების (მათ შორის საკონტაქტო ამოცანების) მიახლოებით ამოხსნასთან დაკავშირებული საკითხების შესწავლა სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა აპარატის გამოყენებით სხვადასხვა კონფიგურაციის მქონე ბზარების შემთხვევაში.

ინფორმატიკის განყოფილება

განყოფილების სამეცნიერო თემატიკა ეძღვნება პარალელური ალგორითმების აგებას, შესაბამისი პროგრამების შექმნას, მათ გამოკვლევას და რეალიზაციას პარალელურ გამოთვლით სისტემაზე. კონკრეტულად განყოფილების სამეცნიერო აქტივობები რეალიზებული იქნება შემდეგი მიმართულებებით.

მიმართულება 1. შემუშავებული და გამოკვლეული იქნება კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის არალოკალური ამოცანების, მათ შორის არალოკალური საკონტაქტო ამოცანების ამოხსნის პარალელური ალგორითმები. აღსანიშნავია, რომ არალოკალური ამოცანები ხშირად გვხვდება ფიზიკის, ტექნიკის, ეკონომიკის, ეკოლოგიის და სხვა პრაქტიკული ამოცანების მათემატიკური მოდელირებისას, რომელთა ამოხსნა მოითხოვს დიდი სიმძლავრის გამოთვლით რესურსს, რაც გააჩნია თანამედროვე პარალელურ გამოთვლით სისტემებს.

მიმართულება 2. მონაცემთა დამუშავება არამკაფიო სიმრავლეთა თეორიის საფუძველზე.

ალგორითმების კომპიუტერული რეალიზაციის ეტაპზე ხშირად საქმე გვაქვს დიდი მოცულობის რთული და არაზუსტი ინფორმაციის წარმოდგენისა და დამუშავების აუცილებლობასთან. განყოფილების სამეცნიერო თემატიკით გათვალისწინებულია ეფექტური მეთოდების შემუშავება, რომელიც დაეფუძნება კანონიკურად შეუღლებულ არამკაფიო ქვესიმრავლეების თეორიას. ეს უკანასკნელი წლების განმავლობაში მუშავდებოდა განყოფილების თანამშრომლების მიერ.

მიმართულება 3. პარალელური გამოთვლითი სისტემებისათვის განხილული და შესწავლილი იქნება ალგორითმების თეორიისა და პარალელური დაპროგრამების მნიშვნელოვანი პრობლემები. კერძოდ, გრაფთა თეორიის ზოგიერთი საკითხის ახლებური ინტერპრეტაციის საფუძველზე შემუშავდება მეთოდიკა, რომელიც გამიზნულია გრაფთა თეორიის პრაქტიკული გამოყენებისთვის პარალელური ალგორითმებისა და მათი მონაცემების ოპტიმალური სტრუქტურის ასაგებად; შემუშავდება დაპროგრამების ალგორითმულ ენებში ანალიტიკური დაპროგრამების საშუალებების ჩამატებისთვის

გამიზნული მეთოდოლოგია. შეისწავლება ანალიტიკური დაპროგრამების საშუალებების პარალელურ დაპროგრამებაში პრაქტიკულად გამოყენებასთან დაკავშირებული საკითხების ფართო სპექტრი;

მიმართულება 4. გარკვეული ტიპის ამოცანები მოითხოვს დიდი მოცულობის მონაცემების დამუშავებას რეალურ დროში. ამ პრობლემის გადასაჭრელად ტრადიციული ალგორითმების ნაცვლად აიგება ახალი ტიპის პარალელური ალგორითმები, რომლებიც არა მარტო გარდაქმნის წრფივ პროგრამებს პარალელურად, არამედ გაითვალისწინებს ბირთვებზე პროგრამების შესრულების ოპტიმალურ გადანაწილებას. გამოყენებულ იქნება პარალელური ავტომატური პროგრამების ვერიფიკაციის ინტერაქტიული მეთოდი, რომელშიც იერარქიული ავტომატები შეიძლება რეალიზებულ იქნას სხვადასხვა ნაკადებში და შესაძლებელია მათი ერთმანეთთან ურთიერთქმედება. ინტერაქტიული ვერიფიკაცია საშუალებას იძლევა შემცირდეს ვერიფიკაციის დრო და გაიზარდოს სავერიფიკაციო პროგრამის შესაძლო მაქსიმალური ზომა.

მიმართულება 5. გათვალისწინებულია დიდი მოცულობის მონაცემთა განაწილებული დამუშავების სისტემის აგება ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის დაგროვებისა და მართვისთვის, რომელიც მოემსახურება მომხმარებლის მოთხოვნების დაკმაყოფილებას ინფორმაციული თუ ანალიტიკური მხარდაჭერის გზით.

მათემატიკური მოდელირების განყოფილება

განყოფილების ძირითადი თემატიკა არის სოციალური, ეკონომიკური და მათემატიკური ფიზიკის ამოცანების მათემატიკური მოდელირება და შესაბამისი გამოთვლითი მეთოდებისა და ოპტიმალური ალგორითმების დამუშავება. კვლევები ტარდება შემდეგი მიმართულებებით:

მიმართულება 1. მიკროეკონომიკის დეტერმინირებულ და ნაწილობრივი განუზღვრელობის შემცველ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და მათი რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.

შეისწავლება ეკონომიკური პროცესის დაგეგმვისა და მართვის ორიენტირებული (ოპტიმალური) შედეგის მიღწევის ამოცანები. ამოცანები მორგებულია ჩვენი ქვეყნის სოციალურ და ეკონომიკურ პრობლემებზე. დეტერმინირებული ამოცანები, როგორც წესი, აღიწერება კლასიკური მათემატიკური მოდელებით. სტოქასტიკის შემცველ ამოცანებში ხშირად გამოიყენება თამაშთა ტიპის მოდელები (მაგალითად, მარაგთა მართვისა და ნაკადთა რეგულირების ამოცანებში), რომლებიც ძირითადად უსასრულო თამაშებითაა წარმოდგენილი. ამ ამოცანათა პრაქტიკული რეალიზებისათვის გამოიყენება თამაშების აპროქსიმაცია სასრული თამაშებით. დიდი მოცულობის სასრულო თამაშების რიცხვითი ამოხსნისათვის მუშავდება ახალი იტერაციული მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია კაჩმაჟის ცნობილ იდეაზე. რესურსების განაწილების მთელ რიგ ამოცანებთან დაკავშირებით შეისწავლება მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის საკითხები.

მიმართულება 2. ოპტიმალური ალგორითმების თეორიის საკითხები.

შეისწავლება განუზღვრელობის ოპტიმალურად შემცირების მათემატიკური თეორია და მისი სხვადასხვა სახის გამოყენებები. ეს თეორია სწავლობს ამოცანის სირთულეს და განუზღვრელობის (ცდომილების) ზომის დადგენას არასრული ინფორმაციის ბაზაზე. შეისწავლება ოპტიმალური და ძლიერად ოპტიმალური (ცენტრალური) სპლაინური ალგორითმების კონსტრუქციის საკითხი, როდესაც ამოხსნის ოპერატორი ასახავს მეტრიკულ წრფივ ლოკალურად ამოხსნილ სივრცეს ასეთსავე სივრცეზე. კომპიუტერული ტომოგრაფიის ახალი მათემატიკური მოდელების აგება ხორციელდება რადონის ოპერატორის სინგულარული გაშლის საშუალებით. ტარდება მიღებული წრფივი, განზოგადებულად სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმების ანალიზი (დისკრეტული ანალოგების კონსტრუქცია, აპროქსიმაცია, სტაბილურობა, კრებადობა) და შესაბამისი რიცხვითი ექსპერიმენტები.

მიმართულება 3. არაკორექტული შებრუნებული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნა ყველა ორბიტების ფრეშეს სივრცეში განტოლების გადატანის მეთოდით.

გათვალისწინებულია:

- ✓ ორბიტალური ოპერატორების ფრეშეს სივრცის შესწავლა არამარტო ჰილბერტის სივრცეში განსაზღვრული თვითშეუღლებული ოპერატორებისათვის, არამედ სიმეტრიული და ბანახის სივრცეში განსაზღვრული წრფივი ოპერატორებისათვისაც;
- ✓ მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის შესაბამისი ორბიტების შვარცის სივრცის გამოყენება თეთრი ხმაურის შესასწავლად.
- ✓ ორბიტალური სივრცის და ორბიტალური ოპერატორის შესწავლა დიფერენციალური ოპერატორებისათვის. ამ ამოცანასთან დაკავშირებული ალგორითმების (რიტცის და უმცირეს კვადრატთა) წრფივობის, სპლაინურობის, ცენტრალურობის და სხვა პრობლემების შესწავლა და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა.

მიმართულება 4. არაწრფივი ტალღების ზოგიერთი მათემატიკური მოდელის გამოკვლევა.

კვლევის ობიექტებად შერჩეულია არაწრფივი რხევებისა და არხების ზედაპირთა ცნობილი განტოლების მონათესავე კლასები. თითოეული მათგანი არის მეორე რიგის ნამდვილმახასიათებლიანი კვაზიწრფივი განტოლება.

გათვალისწინებულია შემდეგი სახის კვლევები:

- ✓ კვაზიწრფივი არამკაცრად ჰიპერბოლური და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებათა ერთი კლასისათვის ზოგადი ინტეგრალის აგება;
- ✓ დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის ზოგადი ინტეგრალის აგება;
- ✓ არაწრფივი რხევების ერთი განტოლებისათვის ზოგადი ინტეგრალის აგება;
- ✓ კომის ამოცანა მეორე რიგის არამკაცრად ჰიპერბოლური კვაზიწრფივ განტოლებათა ზოგიერთი კლასისათვის. შესაბამისი სხვაობიანი სქემის აგება და შესწავლა;
- ✓ მახასიათებელ წირთა ოჯახების და ამონახსნის განსაზღვრის არეთა სტრუქტურის შესწავლა;

- ✓ მახასიათებელი ოჯახების საერთო მომვლების არსებობისა და განტოლებათა ძლიერი პარაბოლური გადაგვარების პირობათა დადგენა;
- ✓ მახასიათებელი ოჯახების საერთო მომვლების არსებობისა და განტოლებათა ძლიერი პარაბოლური გადაგვარების პირობათა დადგენა არაწრფივი რხევების განტოლებისათვის;
- ✓ ამონახსნის არარსებობის არეების დადგენა და მათი გეომეტრიის შესწავლა;
- ✓ მდგრადობის პრობლემის შესწავლა.